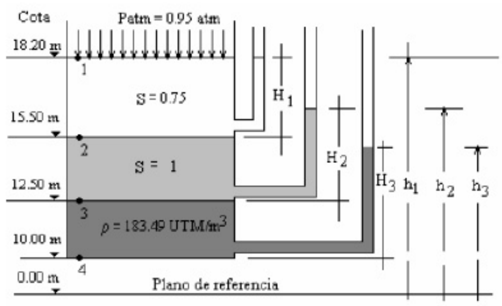
Actividad

PROBLEMAS RESUELTOS– MECANICA DE FLUIDOS - UPC

1. En el tanque de la figura tenemos tres líquidos no miscibles. Calcular las presiones absoluta y relativa en el fondo y determinar la cota de los líquidos en cada uno de los piezómetros colocados como se indica. Considerar que la presión atmosférica es 0.95 atm.



Determinación de las presiones relativas en los puntos 1, 2, 3, y 4.
La presión relativa en el punto 1, superficie libre, en contacto con la atmósfera es

$p_1 = 0 \qquad\qquad = 0\ kg/m^2.$

$p_2 = p_1 + \gamma_1 (z_1 - z_2)$

Como $\gamma_1 = S_1\, \gamma_{agua}$, al sustituir se obtiene

$p_2 = 0 + 0.75 \times 1000\,(18.20 - 15.50) \qquad = 2025\ kg/m^2$

$p_3 = p_2 + \gamma_2 (Z_2 - Z_3)$

$p_3 = 2025 + 1 \times 1000\,(15.50 - 12.50) \qquad = 5025\ kg/m^2$

$p_4 = p_3 + \gamma_3 (z_3 - z_4)$

Como $\gamma_3 = \rho_3 \times g$, al sustituir se obtiene

$p_4 = 5025 + (183.49 \times 9.81) \times (12.50 - 10.00) = 9525\ kg/m^2$

Como $\quad 1\ atm \quad = 10330\ kg/m^2$

Entonces $\quad 0.95\ atm \quad = X \qquad \Rightarrow \qquad X = 9813.5\ kg/m^2$

La presión absoluta en el fondo (punto 4) es

$p_{abs} = p_{man} + p_{atms\ local}$ que al sustituir se obtiene

$p_{abs4} = 9525 + 9813.5 = 19338.5\ kg/m^2$

Las alturas de los piezómetros son y las cotas de los piezometros son

$$p = \gamma H \;\rightarrow\; H = \frac{p}{\gamma}$$

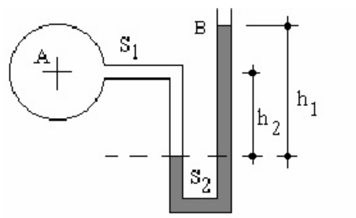
$$H_1 = \frac{p_2}{\gamma_1} = \frac{2025}{750} = 2.70 \text{ m} \qquad h_1 = 2.70 + 15.50 = 18.20 \text{ m}$$

$$H_2 = \frac{p_3}{\gamma_2} = \frac{5025}{1000} = 5.03 \text{ m} \qquad h_2 = 5.03 + 12.50 = 17.53 \text{ m}$$

$$H_3 = \frac{p_4}{\gamma_3} = \frac{9525}{1800} = 5.29 \text{ m} \qquad h_3 = 5.29 + 10.00 = 15.29 \text{ m}$$

2. En la figura S1 = 0.86, S2 = 1, h1 = 43 cm, h2 = 21 cm.

a) Determinar la presión manométrica pA en cm de Hg.
b) Si la lectura del barómetro es 750 mm de Hg. ¿Cuál es la presión absoluta en A en m de agua?



a) Moviéndose a lo largo del piezómetro de izquierda a derecha y considerando presión relativa, se obtiene hasta llegar al punto B.

$p_A + h_2 S_1\gamma - h_1 S_2\gamma = 0$

Al despejar se obtiene

$p_A = \gamma\,(h_1 S_2 - h_2 S_1)$

que al sustituir resulta

$p_A = 1000 \text{ kg/m}^3\,(0.43 \times 1.00 - 0.21 \times 0.86) = 249.40 \text{ kg/m}^2$

Como $\quad 1.033 \text{ kg/cm}^2 = 76 \text{ cmHg}$

Entonces $\quad 0.02494 \text{ kg/cm}^2 = X \qquad \Rightarrow X = 1.83 \text{ cmHg}.$

b) Presión absoluta en m de agua

$p_{abs} = p_{bar} + p_{man}$

$p_{abs} = 750 + 18.3 \qquad = 768.30 \text{ mm Hg}$

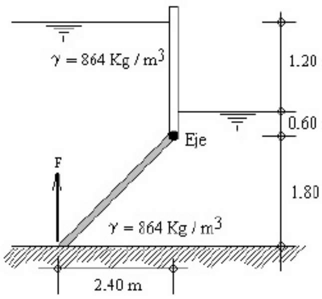
Como $\quad 10.33 \text{ m} \qquad = 760 \text{ mm Hg}$

Entonces $\quad X \qquad = 768.30 \text{ mm Hg} \qquad \Rightarrow X = 10.44 \text{ m de agua}$

3. Calcular:

a) El módulo y la línea de acción de la fuerza a cada lado de la compuerta que se muestra en la figura.

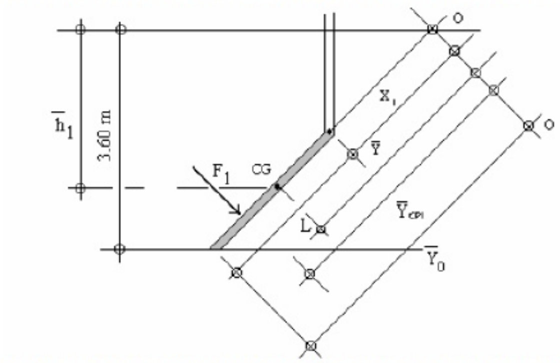
b) La fuerza F para abrir la compuerta si ésta es homogénea y pesa 3000 kg. El ancho de la compuerta es de 1.80 m.



La longitud L, de la compuerta es

$$L = \sqrt{1.80^2 + 2.40^2} = 3.00 \text{ m}$$

Determinación la fuerza producida por el líquido de la izquierda



La altura desde el centro de gravedad de la compuerta hasta la superficie del líquido, donde la presión es 0, es

$$\overline{h_1} = \left(\frac{1.80}{2} + 0.60 + 1.20\right) = 2.20 \text{ m}$$

El área real de la compuerta es

A = L x ancho = 3.00 x 1.80

Entonces la fuerza es

$$F_1 = \gamma\ \overline{h_1}\ A = 864 \times 2.70 \times (1.80 \times 3.00)$$

$$F_1 = 12597 \text{ kg}$$

Determinación de la línea de acción de la fuerza producida por el líquido de la izquierda

Esta línea se encuentra a Y_{cp1} desde el punto O

$$Y_{cp1} = \frac{I_{cg}}{\overline{Y}_1 A} + \overline{Y}_1$$

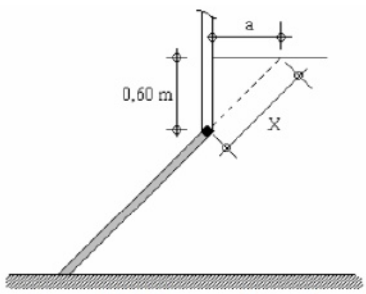
Por relación de triángulos

$$\frac{1.80}{3.00} = \frac{3.60}{\overline{Y}_o} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{Y}_o = 6 \text{ m}$$

$$\overline{Y}_1 = Y_0 - \frac{L}{2} = 6.00 - \frac{3.00}{2} = 4.50 \text{ m}$$

$$Y_{cp1} = \frac{I_{cg}}{\overline{Y}_1 A} + \overline{Y}_1 = \frac{\frac{1.80 \times 3.00^3}{12}}{4.50 \times 1.80 \times 3.00} + 4.50 = 4.67 \text{ m}$$

Determinación la fuerza producida por el líquido de la derecha.



La altura desde el centro de gravedad de la compuerta hasta la superficie del liquido, donde la presión es 0, es

$$\overline{h}_2 = \frac{1.80}{2} + 0.60 = 1.50 \text{ m}$$

$$F_2 = \gamma\, \overline{h}_2\, A = 864 \times 1.50 \times 1.80 \times 3.00$$

$$F_2 = 6998 \text{ kg}$$

Determinación de la línea de acción de la fuerza producida por el liquido de la derecha

Esta línea de acción se encuentra a Y_{cp} desde el punto O

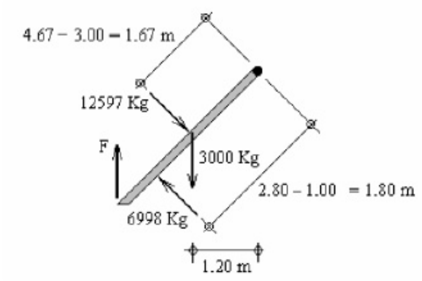
$$Y_{cp1} = \frac{I_{cg}}{\overline{Y}_1 A} + \overline{Y}_1$$

Por relación de triángulos

$$\frac{1.80}{3.00} = \frac{0.60}{\overline{X}} \qquad \Rightarrow \qquad X = 1.00 \text{ m}$$

$$\overline{Y}_2 = X + \frac{L}{2} = 1.00 + \frac{3.00}{2} = 2.50 \text{ m}$$

Los brazos de cada una de las fuerzas se encuentran indicados en la figura siguiente



Mediante la condición de equilibrio tenemos

$$12597 \times 1.67 + 3000 \times 1.20 - 6998 \times 1.80 - F \times 2.40 = 0$$

$$F = \frac{21036 + 3600 - 12596}{24}$$

$$F = 5017 \text{ kg}$$

4.-

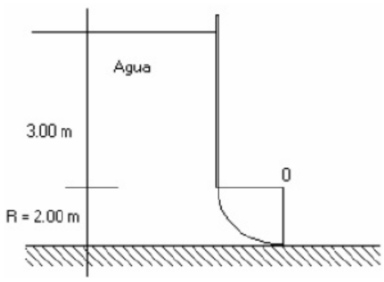
Para la compuerta radial que se muestra en la figura determinar:

a) La fuerza horizontal y su línea de acción.

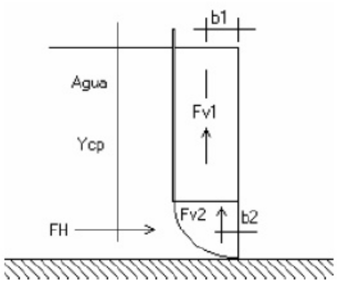
b) La fuerza vertical y su línea de acción.

c) La fuerza F, necesaria para abrir la compuerta, despreciando su peso.

d) El momento respecto a un eje normal al papel y que pasa por el punto O



SOLUCIÓN



Determinación de la fuerza horizontal y su línea de acción

$$F_H = \gamma \times \bar{h} \times A = 1000 \times 4 \times 4 = 16000 \text{ kg}$$

$$Ycp = \overline{Y} + \frac{I_{cg}}{\overline{Y}\,A} = 4.00 + \frac{\frac{2 \times 2^3}{12}}{4.00 \times (2.00 \times 2.00)} = 4 + \frac{1}{12} = 4.08 \text{ m}$$

Determinación de la fuerza vertical y su línea de acción

La fuerza vertical es igual al peso del volumen de líquido desalojado por la compuerta.

Con la finalidad de simplificar los cálculos esta fuerza se divide en dos partes siendo las fuerzas y los brazos respectivamente

$F_{V1} = 3 \times 2 \times 2 \times 1000 = 12000$ kg y $b_1 = 1.00$ m

$F_{V2} = \frac{\pi}{4}\frac{4^2}{4} \times 2 \times 1000 = 6280$ kg y $b_2 = \frac{4}{3}\frac{r}{\pi} = \frac{4 \times 2.00}{3\pi} = 0.848$ m

Determinación de la fuerza F, necesaria para abrir la compuerta

La condición de equilibrio indica que el momento respecto al punto O es cero; así,

$$\Sigma M_o = 0$$

$$12000 \times 1.00 + 6280 \times 0.848 - 16000 \times 1.08 + 2 \times F = 0$$

Al despejar se obtiene

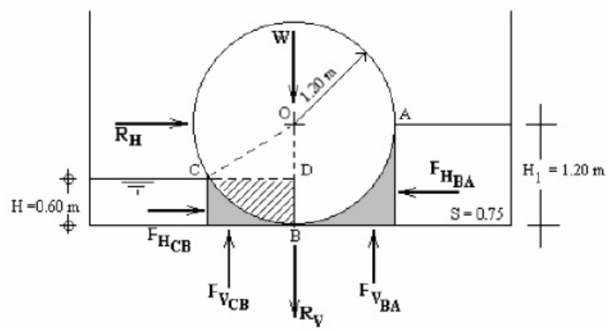
$$F = \frac{2.56}{2} = 1.28 \cong 0 \text{ kg}$$

Es decir, no se necesita fuerza para abrir la compuerta.

Determinación del momento respecto al punto O

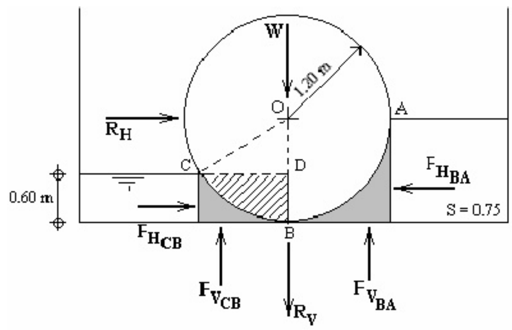
$\Sigma M_o = 0$ (Por el paso anterior)

5.- El cilindro de la figura de 2.40 m de diámetro, pesa 250 kg y reposa sobre el fondo de un depósito de 1.00 m de longitud; si se vierte agua y aceite en la parte izquierda y derecha respectivamente, hallar los módulos de las componentes de las fuerza horizontal y vertical que mantienen el cilindro justamente en contacto en el depósito.



SOLUCION:

Esquemas de fuerzas:



Determinación de las fuerzas horizontales

$$F_{H(BC)} = \frac{1}{2}\ \gamma H^2\ L = \frac{1}{2}\ 1000 \times 0.60^2 \times 1.00 = 180\ \text{kg}$$

$$F_{H(BA)} = \frac{1}{2}\ \gamma H_1^{\,2}\ L = \frac{1}{2}\ 750 \times 1.20^2 \times 1.00 = 540\ \text{kg}$$

La condición de equilibrio horizontal indica que

$$R_H + F_{H(CB)} - F_{H(BA)} = 0$$

de donde,

$$R_H = F_{H(BA)} - F_{H(CB)} = 540 - 180 = 360\ \text{kg}$$

Determinación de las fuerzas verticales

La fuerza vertical producida por el agua es igual al peso del volumen desalojado; es decir, el área CDB multiplicada por la longitud y el peso específico

$$F_{V(BC)} = (\text{Area}_{\ (COB)} - \text{Area}_{\ (COD)})\ L\ \gamma$$

$$\text{Angulo (COB)} = \text{arc cos}\left(\frac{0.6}{1.2}\right) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow 60^{\circ}$$

La distancia CD es igual a $\sqrt{1.20^2 - 0.60^2} = 1.04$ m

$$F_{V(CB)} = \left(\frac{1}{6}\pi\, 1.20^2 - \frac{1.04 \times 0.6}{2}\right) \times 1.00 \times 1000$$

$$F_{V(CB)} = 331\ \text{kg}$$

La fuerza vertical producida por el aceite es igual al peso del volumen desalojado; es decir, el área ABO multiplicada por la longitud y el peso específico

$$F_{V(BA)} = \left(\frac{1}{4}\pi\, 1.20^2\right) 1.00 \times 0.75 \times 1000 = 848\ \text{kg}$$

La condición de equilibrio vertical indica que

$$R_V = F_{V(CB)} + F_{V(BA)} - W$$

$$R_V = 331 + 848 - 250 = 929\ \text{kg}$$

La fuerza vertical producida por el aceite es igual al peso del volumen desalojado; es decir, el área ABO multiplicada por la longitud y el peso específico

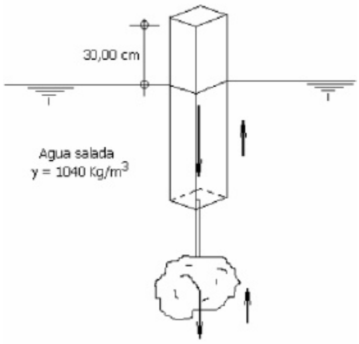
$$F_{V(BA)} = \left(\frac{1}{4}\pi\, 1.20^2\right) 1.00 \times 0.75 \times 1000 = 848 \text{ kg}$$

La condición de equilibrio vertical indica que

$$Rv = F_{V(CB)} + F_{V(BA)} - W$$

$$Rv = 331 + 848 - 250 = 929 \text{ kg}$$

6. Una pieza de densidad relativa 0.6 tiene sección cuadrada de 8 cm. de lado y 1.50 m. de longitud. Determinar cuántos kilogramos de plomo de peso específico 12000 kg/m^3 deben unirse a uno de los extremos de la pieza para que flote verticalmente con 30 cm. fuera del agua salada, de peso específico 1040 kg/m^3.



Por encontrarse, el conjunto, en equilibrio, la sumatoria de fuerzas verticales indica que

$$W_m + W_p = E_p + E_m$$

Al sustituir los valores numéricos obtenemos

$$600 \times 0.08 \times 0.08 \times 1.50 + V_p \times 12000 = V_p\ 1040 + 1040 \times 1.20 \times 0.08 \times 0.08$$

de donde,

$$V_p = \frac{2.23}{10960} = 0.000203 \text{ m}^3$$

Entonces el peso necesario es

$$\text{Peso de plomo } (W_p) = 0.000203 \times 12000 = 2436 \text{ kg.}$$